

2025年度10月入学・2026年度4月入学(I期)  
東北大学大学院経済学研究科博士課程前期2年の課程  
筆答試験問題

経済経営科目 「数理統計」 (日本語もしくは英語で解答すること)

以下のすべての問いに答えなさい。

問1 2つの都市の無作為に抽出された住民に対して、エコ製品を「購入する/購入しない」と回答するアンケート調査を用いて、「二都市におけるエコ製品の購入割合は同じか」を検定する問題について考える。

- (1) カイ二乗検定を使う場合、検定結果の妥当性を保証する条件について述べよ。
- (2) カイ二乗検定を使う条件を満たしていない場合、代替の検定について述べよ。

問2 関数 $Y = X^2 + X$ を考える。確率変数 $X$ はパラメータ $\lambda > 0$ のポアソン分布に従い、その確率変数は

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

- (1) 期待値 $E[Y]$ を求めよ。計算過程も書くこと。
- (2)  $\lambda = 2$ の時、 $P(Y \leq 2)$ を求めよ。ただし、 $e^{-2} = 0.1353$ とする。

問3 ある病院で2種類のワクチンを無作為に抽出された被験者に投与した。各被験者は2種類のワクチンどちらかのみを投与されたとする。その結果、以下のデータが得られた。

ワクチンA:  $n_1$ 人中 $x_1$ 人が副反応,  $n_1 > 0, x_1 \geq 0$

ワクチンB:  $n_2$ 人中 $x_2$ 人が副反応,  $n_2 > 0, x_2 \geq 0$

(1)  $p_1, p_2$ をそれぞれ母集団においてワクチンA, Bを接種した場合に副反応が出る確率だとする。帰無仮説  $H_0: p_1 = p_2$ に対する検定統計量を導け。

(2)  $n_1 = 50, n_2 = 50, x_1 = 30, x_2 = 20$ の時、ワクチンA, Bの間に有意水準 $\alpha = 0.05$ で母比率 $p_1$ と $p_2$ の差が有意かどうかを判定せよ(両側検定)。ただし、標準正規分布の上側2.5%点を1.96, 上側5%点を1.645とする。