

2025年度4月入学(Ⅱ期)

東北大学大学院経済学研究科博士課程前期2年の課程

筆答試験問題出題意図と解答例

問1.

1. 正規分布の再生性を理解しているかを確認する。

$$\frac{1}{\sqrt{10\pi}} e^{-\frac{z^2}{10}}$$

2. 条件付き確率密度関数の定義を理解しているかを確認する。

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-2x)^2}{2}}$$

3. 同時密度関数の定義を理解しているかを確認する。

$$\frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-\frac{(z-2x)^2}{2}}$$

4. 共分散、相関係数の定義を理解しているかを確認する。

$$\text{Cov}(X, Z) = 2, \text{Corr}(X, Z) = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

5. ベイズの公式による事後分布の計算法を理解しているかを確認する。

$$\sqrt{\frac{5}{2\pi}} e^{-\frac{5}{2}\left(x - \frac{2}{5}z\right)^2}$$

問2.

1. 確率変数の独立の定義を理解しているかを確認する。

$$P(X \leq x, Y \leq y) = P(X \leq x)P(Y \leq y)$$

2. 確率変数の無相関の定義を理解しているかを確認する。

$$\text{Cov}(X, Y) = E(X - EX)(Y - EY) = 0$$

3. 確率変数の独立性と無相関性の違いを理解しているかを確認する。

X, Y を期待値0の独立な確率変数とする。X, XY は独立ではないか、無相関である。

問3.

二項分布の正規近似を理解しているか、統計的な実証を有意水準によって行うことの意味を理解しているかを確認する。

$$\frac{n}{4} + 1.64 \sqrt{\frac{3n}{4}}$$

回以上正解すると、透視能力がないという仮説を有意水準5%で棄却することができる。