

2024年度10月入学・2025年度4月入学(Ⅰ期)
東北大学大学院経済学研究科博士課程前期2年の課程
筆答試験問題

経済経営科目 「マクロ経済分析」 (日本語で解答すること)

以下の全ての問題に答えなさい。回答に至る導出過程も示すこと。

過去から継続して存在している閉鎖された一国のマクロ経済を考える。ここで、第 t 期の若年期、老年期個人の人口をそれぞれを $N_y(t)$, $N_o(t)$ で表し、全ての期において人口は定常で $N_y=N_o=1$ とする。

第 t 期に若年期、翌第 $t+1$ 期に老年期の2期間を生きる代表的な個人を考える。第 t 期にこの経済に参加する個人の生涯効用 $u(t)$ は、

$$u(t)=c_y(t)^\beta c_o(t+1)^{(1-\beta)},$$

によって表されるとする。ここで β は $0<\beta<1$ の定数、 $c_y(t)$ は第 t 期に行われる若年期の個人の消費、 $c_o(t+1)$ は第 $t+1$ 期に行われる老年期の個人の消費を表す。

第 t 期にこの経済に参加する個人は若年期だけに労働供給を行い、賃金所得 $y_w(t)$ のみを得て、翌第 $t+1$ 期の老年期まで100%の確率で生存し、自己の保有する資産をすべて取り崩して消費に充当し、その後に経済を退出する。この個人の第 $t+1$ 期の老年期には、第 $t+1$ 期にこの経済に若年期として新たに参加する次の世代が労働供給を行い、生産が行われるものとする。

問1 この経済の第 $t+1$ 期の市場利子率を $r(t+1)$ とすると、上記個人にとって最適な消費 $c_y(t)^*$, $c_o(t+1)^*$ を $y_w(t)$, β , $r(t+1)$ を用いて表せ。

問2 この経済における第 t 期の生産関数が、

$$Y(t)=A K(t)^\alpha L(t)^{(1-\alpha)},$$

によって表されるとする。このとき、利潤最大化原理から導き出される最適な資本・労働投入を前提として、当期の賃金率 $w(t)$ と利子率 $r(t)$ の条件を示せ。ここで、 α は $0<\alpha<1$ の定数、 A は正の定数パラメタ、 $K(t)$ は生産に投入される実物生産資本、 $L(t)$ は労働投入を表す。

問3 上記の条件の下での第 t 期末の若年期個人の貯蓄 $s(t)$ を $A, \alpha, \beta, K(t)$ を用いて表しなさい。ただし、労働投入 $L(t)$ は常に1と仮定する。

問4 ここで、この経済の実物生産資本ストック K の成長を考える。今期第 t 期の実物生産資本への投資を $I(t)$ とし、資本減耗を無視するとき、来期の実物生産資本ストック $K(t+1)$ は、

$$K(t+1) = K(t) + I(t),$$

と表される。来期の実物生産資本ストック $K(t+1)$ は、来期に若年期として登場する次の世代の労働とともに生産に投入される。

マクロレベルでの $I(t)$ は、第 t 期のこの経済の総生産 $Y(t)$ から第 t 期の若年期個人の総消費 $c_y(t) N_y(t)$ および老年期個人の総消費 $c_o(t) N_o(t)$ を差し引いたもので与えられるとする。

このとき $K(t+1)$ は $A, \alpha, \beta, K(t)$ を用いてどのように表されるか。

問5 上記の条件で実物生産資本ストックが成長する場合に、実物生産資本ストックが定常となる時点の \hat{K} を求めなさい。その \hat{K} は、このモデルにおけるパラメタ β および第 t 期末時点の実物生産資本ストック K によってどのような影響を受けるか説明しなさい。

問6 この経済の通常期の生産関数における正の定数パラメタを $A = \bar{A}$ とする。これに対し、第 t 期で外生的ショックが発生し、この定数が $A = \gamma \bar{A}$ ($0 < \gamma < 1$ および $\beta < \gamma$ とする)に低下したとする。

1. $A = \gamma \bar{A}$ となったケースで、個人の最適化行動によるこの経済の第 t 期末時点の実物生産資本ストック K' を求めなさい。
2. ここで政府が国民に通常期の定数 $A = \bar{A}$ のケースと同額の消費を実現させるべく第 t 期の若年者に対してのみ、1回限りで B だけの現金給付を実施するとする。この財源として政府は B と同額の国債を発行し、すべて金融市場で売却して市中消化する。また、将来時点においての当該国債の償還財源は、この現金給付 B を受給した個人に対しての課税ではなされないとする。

このとき、第 t 期末時点におけるこの経済の実物生産資本ストック K'' を求めなさい。