TERG

Discussion Paper No.378

『ケインズ的失業を伴うグレアム型貿易モデル』の補論

佐藤　秀夫（東北大学名誉教授）

2018 年 1 月

TOHOKU ECONOMICS RESEARCH GROUP

GRADUATE SCHOOL OF ECONOMICS AND
MANAGEMENT TOHOKU UNIVERSITY
27-1 KAWAUCHI, AOBA-KU, SENDAI,
980-8576 JAPAN

「ケインズ的失業を伴うグレアム型貿易モデル」の補論

佐藤秀夫（東北大学名誉教授）

拙稿「ケインズ的失業を伴うグレアム型貿易モデルー国際価値・賃金率・雇用量の同時決定ー」[1]（以下，本論という）において，失業を伴うグレアム型貿易モデル（グレアム型貿易モデルとは，連結財を重視する多数国多数財リカード型貿易モデルのことをいう）を提示した。それは，国際価値・各国賃金率と各国雇用量とを同時決定する新しいタイプのモデルである。しかし，紙幅の制約により十分に説明できなかったところがあり，また，より詳しい説明をすることによって起こりうる疑問に応えることができるのではないかと考え，ここにいくつかの補論を提示することとした。内容は次の 6 点である。

（1）複数均衡になりうる理由ー2 国 2 財での例示ー

（2）複数均衡となる可能性について—2 国 3 財での説明—（詳細）

（3）需要条件が支出係数ではなく物的需要量で与えられる理由について

（4）マッケンジーによるグレアム・モデルの行列表示について

（5）不完全雇用ケースの 3 国 4 財数値例の詳細

（6）貿易不均衡があるケースについて

[1] 『季刊 経済理論』第 54 巻第 4 号（2018 年 1 月）に所載。

（1）複数均衡になりうる理由ー2 国 2 財での例示ー

複数均衡になりうる理由について 2 国 2 財ケースで説明する。労働投入係数と需要量を表 1 のように想定しよう。複数均衡が可能な理由を示すことが目的なので，ここでは，労働量・失業率制約については考えない。

表 1 : 労働投入係数と需要量（2 国 2 財）

	労働投入係数		需要量	
	第 1 財	第 2 財	第 1 財	第 2 財
A 国	1	2	10	10
B 国	2	1	10	10

この労働投入係数から(A12・B2)，(A1・B12)，(A1・B2)という 3 つの合理的な分業パターンを導ける。第 1 財をニュメレールとして，それぞれに生産量・雇用量・財価格・賃金率を計算すると表 2 のようになり，これらの解セットはいずれも条件を充たしているので，複数均衡となっている。

得られた雇用量を仮の労働量と見なして擬似的な世界生産フロンティアを描くと図 1 のようになる。実線が(A12・B2)，破線が(A1・B12)，長破線が(A1・B2)として描いてある（長破線は識別できるようずらしてある）。いずれも頂点から左側が(A12・B2)，右側が(A1・B12)，頂点が(A1・B2)という分業パターンで，黒点が世界需要点。同じ需要点が 3 つの擬似的な生産フロンティア上にあって，しかも，異なる分業パターン上にあることが分かる。これが複数均衡の図形的表現である。

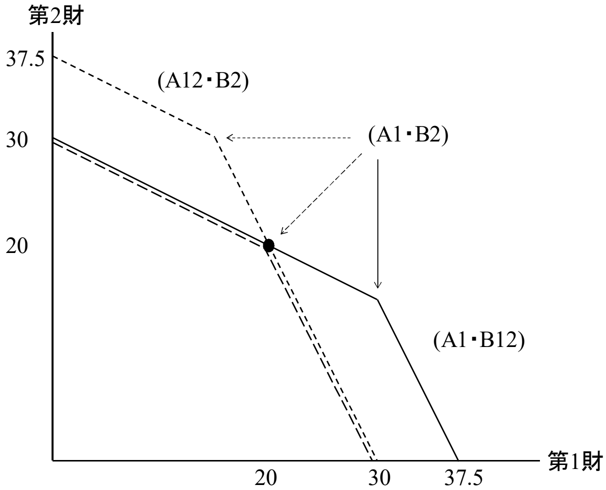
表 2 : 分業パターンと生産量・雇用量・財価格・賃金率（その 1）

A12B2	生産量		雇用量	賃金率
	第 1 財	第 2 財		
A 国	20	5	30	1
B 国		15	15	2
財価格	1	2		

A1B12	生産量		雇用量	賃金率
	第 1 財	第 2 財		
A 国	15		15	1
B 国	5	20	30	0.5
財価格	1	0.5		

A1B2	生産量		雇用量	賃金率
	第 1 財	第 2 財		
A 国	20		20	1
B 国		20	20	1
財価格	1	1		

図 1 : 擬似的な世界生産フロンティア（その 1）



なお，雇用量と賃金率の関係について興味深いことが観察される。雇用量が多いという意味で有利になる国は，賃金率の面で不利になる。一般的には，貿易利益が大国よりも小国においてより大きくなる，ということの別表現に他ならない。ただし，佐藤（2018）でも示したように，多数国多数財ケースでは例外がある。実際，3 国 4 財ケースでは同一賃金率の下で異なる雇用量となることが多々あり，いくつかの分業パターン間の比較では「より高い賃金率・より大きい雇用量」となる場合もある（後出の表 7・9 参照）。

世界需要量が同じであっても，国別内訳が異なると雇用量も変化し，疑似的な生産フロンティアの形状も異なってくる。そのさい，複数均衡になることもあれば，ただ 1 つに決まることもある。たとえば，先の需要量を A 国 12 ずつ・B 国 8 ずつとすると前者のケースとなり，A 国 14 ずつ・B 国 6 ずつとすると後者のケースとなる。前者のケースを表 3 と図 2 に，後者のケースを表 4 と図 3 に示した（図の括弧内の数値は頂点の座標）。

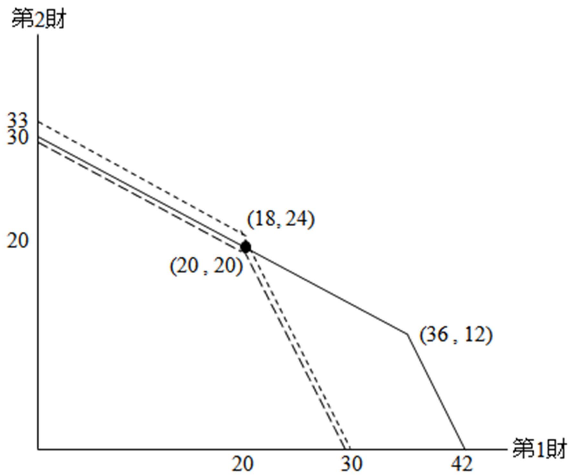
表3：分業パターンと生産量・雇用量・財価格・賃金率（その2）

A12B2	生産量		雇用量	賃金率
	第1財	第2財		
A国	20	8	36	1
B国		12	12	2
財価格	1	2		

A1B12	生産量		雇用量	賃金率
	第1財	第2財		
A国	18		18	1
B国	2	20	24	0.5
財価格	1	0.5		

A1B2	生産量		雇用量	賃金率
	第1財	第2財		
A国	20		20	1
B国		20	20	2/3
財価格	1	2/3		

図2：擬似的な世界生産フロンティア(その2)



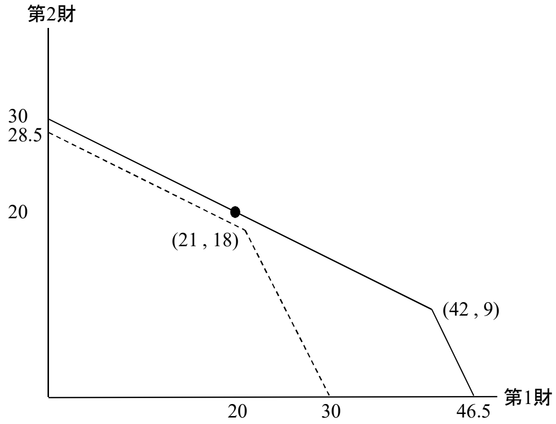
これを先のケースと比較すると，連結型においては生産量・雇用量は変化するが，価格と賃金率はまったく変化していない。逆に，リンボー型においては生産量・雇用量は不変だが価格と賃金率が変化している。

表4：分業パターンと生産量・雇用量・財価格・賃金率（その3）

A12B2	生産量		雇用量	賃金率
	第1財	第2財		
A国	20	11	42	1
B国		9	9	2
財価格	1	2		

A1B12	生産量		雇用量	賃金率
	第1財	第2財		
A国	21		21	1
B国	–1	20	(18)	0.5
財価格	1	0.5		

図3：擬似的な世界生産フロンティア（その3）



このケースでは，（A1・B12）でB国第1財の生産量が負（–1）になり，（A1・B2）は競争性テストで失格する（B国賃金率が3/7となり，したがって，B国第1財生産費用が6/7で第1財価格1を下回る）。（A12・B2）だけが条件を充たす。表4下段のB国雇用量 (18) は，第2財部門の雇用量20から負値ででてくる第1財部門の−2を足し合わせて便宜的に書き入れたものだが，参考までに，A国労働量を21，B国のそれを18とした擬似的な生産フロンティアを図3に破線で描き入れた。このフロンティアは，所与の需要量の下で（A1・B12）が成立しない理由を示している。次のような次第だ。（A1・B12）の下でA国が14ずつの需要量を賄うためには，21の雇用量を要する（第1財価格1×14＋第2財価格0.5×14＝A国賃金率1×21）。他方，6ずつの需要量をB国で賄うためには18の雇用量を要する（第1財価格1×6＋第2財価格0.5×6＝B国賃金率0.5×18）。ところが，これらの雇用量で作図された擬似的な生産フロンティアは世界需要

点に届かない。つまり，貿易の均衡（国民支出＝国民所得）を維持しつつ，所与の世界需要量を充たすような生産量の組み合わせは，（A1・B12）の下では存在しないことが分かる。

みてきたように，複数均衡成立の可能性は，想定された需要量を充たす生産量の組合せが複数の分業パターンの下で可能かどうかにかかっている。組合せが単独の分業パターンの下でしか成立しない場合は，単一均衡となる。ただし，複数均衡の可能性がある場合でも，労働量・失業率制約を考慮するとそのうちのいくつかは排除され，この面から単一均衡に絞られることもある。

引用文献

・佐藤秀夫（2018）「グレアム型国際価値論再考―多数国多数財貿易モデルの均衡―」東北大学『研究年報経済学』第 76 巻第 1 号。次のサイトで閲覧可能：東北大学機関リポジトリー「TOUR」。https://tohoku.repo.nii.ac.jp/

（2）複数均衡となる可能性について―2 国 3 財での説明―（詳細）

不完全雇用版グレアム型モデルで複数均衡が発生する可能性について，2 国 3 財で代数的に説明する。ただし，ここでは，労働量・失業率制約は考えない。

財の番号を A 国で比較優位度の高い順に振る。i 国 j 財の労働投入係数を $a_{ij}(>0)$ $(a_{B}/a_{A3} < a_{B2}/a_{A2} < a_{B1}/a_{A1})$，i 国 j 財の需要量を $d_{ij}(>0)$とする（i=A, B: j=1, 2, 3）。このとき，(A123・B3), (A12・B3), (A12・B23), (A1・B23), (A1・B123)の分業パターンが成立しうる。どのパターンになるのかは労働投入係数と需要量の関係によって決まる。パターンごとに方程式を立ててそれらの解セットが条件を充たせば，そのパターンが成立する。その条件とは，連結型では活動地点の生産量 x_{ij} がすべて正であること，リンボー型では，それに加えて相対賃金率がある特定範囲内にあること（別言すると，解セットが競争性テストに合格すること）だ。ニュメレールは第 1 財とする。以下，それぞれの成立条件を a_{ij} と d_{ij} の関係式として導く。＊印の後に示す 3 つの括弧は，分業パターン・財価格（第 1・2・3 財）・賃金率（A・B 国）を意味する。方程式群は最初の 3 つが需給一致条件，あとの 2 つが貿易均衡式。まず，(A123・B3)から。

＊(A123・B3), $(1 \cdot a_{A2}/a_{A1} \cdot a_{A3}/a_{A1})$, $(1/a_{A1} \cdot [a_{A3}/a_{A1}]/a_{B3})$

$$x_{A1}=d_{A1}+d_{B1}$$

$$x_{A2}=d_{A2}+d_{B2}$$

$$x_{A3}+x_{B3}=d_{A3}+d_{B3}$$

$$x_{A1}+x_{A2}(a_{A2}/a_{A1})+x_{A3}(a_{A3}/a_{A1})=d_{A1}+d_{A2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{A3}(a_{A3}/a_{A1})$$

$$x_{B3}(a_{A3}/a_{A1})=d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{B3}(a_{A3}/a_{A1})$$

生産量 x_{A1}, x_{A2}, x_{B3} が正であることは自明だが, x_{A3} は分からないのでそれを求めよう。3 番目の式に 5 番目の式を代入して x_{B3} を消去する。

$$\begin{aligned} x_{A3} &= d_{A3}+d_{B3}-x_{B3} \\ &= d_{A3}+d_{B3}-\{d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{B3}(a_{A3}/a_{A1})\}/(a_{A3}/a_{A1}) \\ &= d_{A3}-\{d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})\}/(a_{A3}/a_{A1}) \\ &= d_{A3}-\{a_{A1}d_{B1}+d_{B2}a_{A2}\}/a_{A3} \end{aligned}$$

これを整理すると，$x_{A3}>0 \Leftrightarrow a_{A3}d_{A3}>a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2}$ が得られる。後者の不等式が (A123・B3) 成立の条件である。

次に, (A12・B3) を検討する。リンボー型なので, 財価格と賃金率は確定していない。B 国賃金率を w_{B} とすると，財価格，賃金率，方程式は以下のようになる。

$*(A12\cdot B3), (1\cdot a_{A2}/a_{A1}\cdot a_{B3}w_B), (1/a_{A1}\cdot w_B)$

$x_{A1}=d_{A1}+d_{B1}$

$x_{A2}=d_{A2}+d_{B2}$

$x_{B3}=d_{A3}+d_{B3}$

$x_{A1}+x_{A2}(a_{A2}/a_{A1})=d_{A1}+d_{A2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{A3}a_{B3}w_B$

$x_{B3}a_{B3}w_B=d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{B3}a_{B3}w_B$

生産量がすべて正であることは自明だが，w_Bの範囲を特定しなければならない。B国第2財の生産費が第2財価格(a_{A2}/a_{A1})を超えなければならず，A国第3財の生産費が第3財価格$(a_{B3}w_B)$を超えなければならないので，賃金率制約は以下のようになる。

$a_{B2}w_B > a_{A2}/a_{A1}$ かつ $a_{A3}/a_{A1} > a_{B3}w_B$

整理して，

$a_{A3}/(a_{A1}a_{B3}) > w_B > a_{A2}/(a_{A1}a_{B2})$

他方，上の4番目の式に1・2番目の式を代入してw_Bを求めると，

$d_{A1}+d_{B1}+(d_{A2}+d_{B2})(a_{A2}/a_{A1})=d_{A1}+d_{A2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{A3}a_{B3}w_B$

$d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})=d_{A3}a_{B3}w_B$

$w_B=\{d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})\}/(d_{A3}a_{B3})$

これを賃金率制約式に代入すると，

$a_{A3}/(a_{A1}a_{B3}) > \{d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})\}/(d_{A3}a_{B3}) > a_{A2}/(a_{A1}a_{B2})$

$a_{A3}/a_{B3} > (d_{B1}a_{A1}+d_{B2}a_{A2})/(d_{A3}a_{B3}) > a_{A2}/a_{B2}$

$a_{A3}d_{A3} > d_{B1}a_{A1}+d_{B2}a_{A2} > (a_{A2}/a_{B2})d_{A3}a_{B3}$

(A12・B3) 成立の条件が得られた。

続いて，(A12・B23) を検討する。

$*(A12\cdot B23), (1\cdot a_{A2}/a_{A1}\cdot [a_{B3}/a_{B2}][a_{A2}/a_{A1}]), (1/a_{A1}\cdot [a_{A2}/a_{A1}]/a_{B2})$

$x_{A1}=d_{A1}+d_{B1}$

$x_{A2}+x_{B2}=d_{A2}+d_{B2}$

$x_{B3}=d_{A3}+d_{B3}$

$x_{A1}+x_{A2}(a_{A2}/a_{A1})=d_{A1}+d_{A2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{A3}(a_{B3}/a_{B2})(a_{A2}/a_{A1})$

$x_{B2}(a_{A2}/a_{A1})+x_{B3}(a_{B3}/a_{B2})(a_{A2}/a_{A1})=d_{B1}+d_{B2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{B3}(a_{B3}/a_{B2})(a_{A2}/a_{A1})$

生産量x_{A1}とx_{B3}が正であることは自明だが，x_{A2}とx_{B2}は分からないので，1番目と4番目の式からx_{A2}を求め，それを2番目の式に代入してx_{B2}を求める。

$x_{A2}(a_{A2}/a_{A1})=d_{A1}+d_{A2}(a_{A2}/a_{A1})+d_{A3}(a_{B3}/a_{B2})(a_{A2}/a_{A1})-d_{A1}-d_{B1}$

$x_{A2}=d_{A2}+d_{A3}(a_{B3}/a_{B2})-d_{B1}/(a_{A2}/a_{A1})$

$x_{B2}=d_{A2}+d_{B2}-x_{A2}=d_{B2}-d_{A3}(a_{B3}/a_{B2})+d_{B1}/(a_{A2}/a_{A1})$

したがって，この分業パターンが成立するためには,

$d_{A2}+d_{A3}(a_{B3}/a_{B2})>d_{B1}/(a_{A2}/a_{A1})$ かつ $d_{B2}+d_{B1}/(a_{A2}/a_{A1})>d_{A3}(a_{B3}/a_{B2})$

でなければならない。変形して,

$a_{A2}d_{A2}+a_{A2}(a_{B3}/a_{B2})d_{A3}>a_{A1}d_{B1}$ かつ $a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2}>a_{A2}(a_{B3}/a_{B2})d_{A3}$

$a_{B2}d_{A2}+a_{B3}d_{A3}>(a_{B2}/a_{A2})a_{A1}d_{B1}$ かつ $a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2}>(a_{A2}/a_{B2})a_{B3}d_{A3}$

これが，(A12・B23) 成立の条件である。

さらに，(A1・B23)を検討する。

＊(A1・B23), (1・$a_{B2}w_B$・$a_{B3}w_B$), (1/a_{A1}・w_B)

$x_{A1}=d_{A1}+d_{B1}$

$x_{B2}=d_{A2}+d_{B2}$

$x_{B3}=d_{A3}+d_{B3}$

$x_{A1}=d_{A1}+d_{A2}a_{B2}w_B+d_{A3}a_{B3}w_B$

$x_{B2}a_{B2}w_B+x_{B3}a_{B3}w_B=d_{B1}+d_{B2}a_{B2}w_B+d_{B3}a_{B3}w_B$

生産量が正であることは自明で，w_B の範囲は以下のようでなければならない。

$a_{A2}/a_{A1}>a_{B2}w_B$ かつ $a_{B1}w_B>1$

整理して,

$a_{A2}/(a_{A1}a_{B2})>w_B>1/a_{B1}$

次に，方程式を w_B について解く。4 番目の式に 1 番目の式を代入して,

$d_{A1}+d_{B1}=d_{A1}+d_{A2}a_{B2}w_B+d_{A3}a_{B3}w_B$

これより，$w_B=d_{B1}/(d_{A2}a_{B2}+d_{A3}a_{B3})$ を得る。したがって，賃金率制約は,

$a_{A2}/(a_{A1}a_{B2})>d_{B1}/(d_{A2}a_{B2}+d_{A3}a_{B3})>1/a_{B1}$

それぞれの項目の逆数をとって不等号の向きを変えると,

$(a_{A1}a_{B2})/a_{A2}<(d_{A2}a_{B2}+d_{A3}a_{B3})/d_{B1}<a_{B1}$

変形して,

$d_{B1}a_{A1}(a_{B2}/a_{A2})<a_{B2}d_{A2}+a_{B3}d_{A3}<a_{B1}d_{B1}$

(A1・B23) 成立の条件が得られた。

最後に，(A1・B123) を検討する。

＊(A1・B123), (1・a_{B2}/a_{B1}・a_{B3}/a_{B1}), (1/a_{A1}・1/a_{B1})

$x_{A1}+x_{B1}=d_{A1}+d_{B1}$

$x_{B2}=d_{A2}+d_{B2}$

$x_{B3}=d_{A3}+d_{B3}$

$x_{A1}=d_{A1}+d_{A2}(a_{B2}/a_{B1})+d_{A3}(a_{B3}/a_{B1})$

$x_{B1}+x_{B2}(a_{B2}/a_{B1})+x_{B3}(a_{B3}/a_{B1})=d_{B1}+d_{B2}(a_{B2}/a_{B1})+d_{B3}(a_{B3}/a_{B1})$

生産量 x_{A1}，x_{B2}，x_{B3} が正であることは自明だが，x_{B1} は分からないので求めてみる。1番目と4番目の式から，

$x_{B1}=d_{A1}+d_{B1}-d_{A1}-d_{A2}(a_{B2}/a_{B1})-d_{A3}(a_{B3}/a_{B1})$

$\quad=d_{B1}-d_{A2}(a_{B2}/a_{B1})-d_{A3}(a_{B3}/a_{B1})$

したがって，$x_{B1}>0 \Leftrightarrow d_{B1}>d_{A2}(a_{B2}/a_{B1})+d_{A3}(a_{B3}/a_{B1})$。後者を変形して，

$a_{B1}d_{B1}>a_{B2}d_{A2}+a_{B3}d_{A3}$

これがこのパターンの成立条件となる。

以上の結果をまとめると下記のようになる。不等式が2つある場合は双方を充たす必要がある。

(A123・B3)：$a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2}<a_{A3}d_{A3}$

(A12・B3)：$(a_{A2}/a_{B2})a_{B3}d_{A3}<a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2}<a_{A3}d_{A3}$

(A12・B23)：$(a_{A2}/a_{B2})a_{B3}d_{A3}<a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2}$

$(a_{B2}/a_{A2})a_{A1}d_{B1}<a_{B2}d_{A2}+a_{B3}d_{A3}$

(A1・B23)：$(a_{B2}/a_{A2})a_{A1}d_{B1}<a_{B2}d_{A2}+a_{B3}d_{A3}<a_{B1}d_{B1}$

(A1・B123)：$a_{B2}d_{A2}+a_{B3}d_{A3}<a_{B1}d_{B1}$

6つある不等式のうち前の3式間および後の3式間の関係は明瞭だが，全6式間の関係はこのままではわからない。そこで，d_{A3} を比較のための参照基準としてまとめなおすと以下のようになる。

(A123・B3)：$(a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2})/a_{A3}<d_{A3}$

(A12・B3)：$(a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2})/a_{A3}<d_{A3}<a_{A1}a_{B2}d_{B1}/(a_{A2}a_{B3})+(a_{B2}/a_{B3})d_{B2}$

(A12・B23)：$a_{A1}a_{B2}d_{B1}/(a_{A2}a_{B3})-(a_{B2}/a_{B3})d_{A2}<d_{A3}<a_{A1}a_{B2}d_{B1}/(a_{A2}a_{B3})+(a_{B2}/a_{B3})d_{B2}$

(A1・B23)：$a_{A1}a_{B2}d_{B1}/(a_{A2}a_{B3})-(a_{B2}/a_{B3})d_{A2}<d_{A3}<(a_{B1}/a_{B3})d_{B1}-(a_{B2}/a_{B3})d_{A2}$

(A1・B123)：$d_{A3}<(a_{B1}/a_{B3})d_{B1}-(a_{B2}/a_{B3})d_{A2}$

ここで，$(a_{A1}d_{B1}+a_{A2}d_{B2})/a_{A3}$ を①，$a_{A1}a_{B2}d_{B1}/(a_{A2}a_{B3})+(a_{B2}/a_{B3})d_{B2}$ を②，$a_{A1}a_{B2}d_{B1}/(a_{A2}a_{B3})-(a_{B2}/a_{B3})d_{A2}$ を③，$(a_{B1}/a_{B3})d_{B1}-(a_{B2}/a_{B3})d_{A2}$ を④とすると，０＜①＜②であること，③＜④であること，③＜②であることは確実だが，①と④，①と③，②と④の大小関係は不

確定であり，③と④とは負値をとることもありうる（$a_{B3}/a_{A3} < a_{B2}/a_{A2} < a_{B1}/a_{A1}$ を考慮することで確かめられる）[2]。労働投入係数と需要量の取り方は自由だから，配列はさまざまで，①<③<④<②，③<①<②<④，①<③<②<④，③<①<④<②，③<④<①<②の5通りある。以下，③<④<①<②を例として，諸変数と分業パターンの関係を図示する。

図4：労働投入係数および需要量と分業パターン（その1）

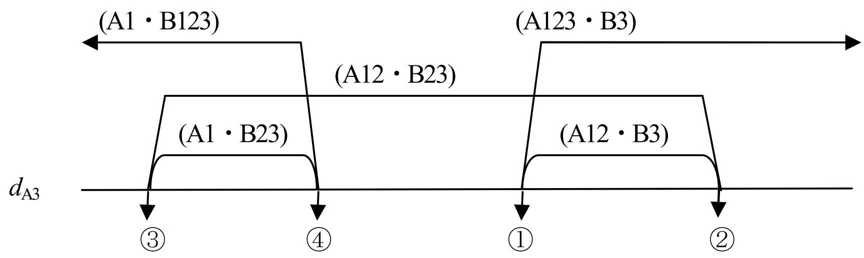


図4は，d_{A3} を表す数直線上に，想定した位置関係で①～④を並べたものだ。①より左側は負値をとりうるが，ひとまず正値をとっているものとして説明する。この図は d_{A3} の値に応じた分業パターンの可能性を示している。②の右側では (A123・B3) のみであり，①と②のあいだでは (A123・B3) (A12・B3) (A12・B23) がありうる。④と①のあいだでは (A12・B23) しかありえず，③と④のあいだでは (A12・B23) (A1・B23) (A1・B123)，③の左側では (A1・B123) だけがありうる。①の左側は負値をとる可能性はあるが，その場合，d_{A3} が負値をとることはないのでいくつかの可能性は除外される。配列が変わればまた別の結果が生じる。たとえば，①<③<④<②の配列の③と④のあいだ（図5参照），③<①<②<④の配列の①と②のあいだなどでは，5つの分業パターンすべてが成立可能となる。

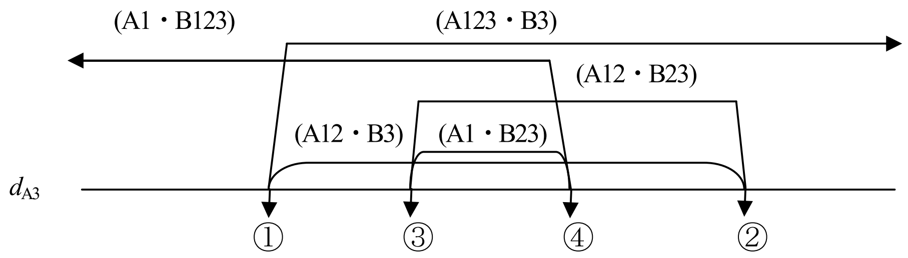
確認しておくべき重要なことは，不等式や図から明らかなように，リンボー型のみが成立可能というケースはありえない，ということだ。あるリンボー型が成立する可能性があるときは，それに隣接する連結型が必ず成立しうるという位置関係にある[3]。ただし，

[2] たとえば，④ － ③を計算すると，$(a_{A1}/a_{B3})d_{B1}(a_{B1}/a_{A1} - a_{B2}/a_{A2})$ となり，これは正なので③<④であることが分かる。また，たとえば，① － ④を計算すると，$(a_{A1}/a_{B3})d_{B1}(a_{B3}/a_{A3} - a_{B1}/a_{A1}) + (a_{A2}d_{B2})/a_{A3} + (a_{B2}/a_{B3})d_{A2}$ となり，第1項は負値をとるので，①と④の大小関係は不確定となる。

[3] 2国3財でいえることが多数国多数財にそのまま当てはまるとは限らないが，多数国多数財ケースでの解析的な説明は難しい。そこで，（5）で3国4財ケースのシミュレー

これは労働量・失業率制約を考慮しない場合の話であって，この制約を考慮する場合には，リンボー型だけが成立可能という状況も排除されない（この点については本論でも述べた）。

図 5：労働投入係数および需要量と分業パターン（その 2）



ションを行うことで補足する。

（3）需要条件が支出係数ではなく物的需要量で与えられる理由について

完全雇用版と同じように需要条件を支出係数で与えることはできないのか，この点について疑問の向きがあるかもしれない。2 国 3 財で試みてみよう。労働投入係数と賃金率の記号表記は（1）と同じとし，i 国 j 財の支出係数を b_{ij}，j 財価格を p_j，i 国雇用量を E_i で表す。(A123・B3)の分業パターンを例とすると，第 1 財をニュメレールとして，価格と賃金率は以下のようになる。

価格と賃金率

$p_1 = 1$

$p_2 = a_{A2}/a_{A1}$

$p_3 = a_{A3}/a_{A1}$

$w_A = 1/a_{A1}$

$w_B = (a_{A3}/a_{A1})/a_{B3}$

完全雇用条件がなくなるので，雇用量決定式を設定し，需給一致条件と貿易均衡式を書き出すと以下のようになる。

雇用量決定式

$a_{A1}x_{A1}+a_{A2}x_{A2}+a_{A3}x_{A3} = E_A$

$a_{B3}x_{B3} = E_B$

需給一致条件　（独立なのは 2 つ）

$p_1x_{A1} = w_AE_Ab_{A1}+w_BE_Bb_{B1}$

$p_2x_{A2} = w_AE_Ab_{A2}+w_BE_Bb_{B2}$

$p_3(x_{A3}+x_{B3}) = w_AE_Ab_{A3}+w_BE_Bb_{B3}$

貿易均衡式

$p_1x_{A1}+p_2x_{A2}+p_3x_{A3} = w_AE_A$

$p_3x_{B3} = w_BE_B$

雇用量と生産量の 6 つが未知数で，独立な式が 6 つあるように見え，一見すると解けそうだがそうではない。貿易均衡式に労働投入係数表示の価格と賃金率を代入すると，雇用量決定式と同じものになる。つまり，雇用量決定式と貿易均衡式とは独立ではなく，支出係数方式ではモデルを閉じることができない。

（4）マッケンジーによるグレアム・モデルの行列表示について

本論において，均衡解を導く方法を提示した。これはかなり煩瑣なプロセスを経るものであった。もっとスマートな方法はないのだろうか，このような疑問が湧くかもしれない。現時点の私の結論は「ない」ということなのだが，この点の傍証として，L. マッケンジーによるグレアム・モデルの解析的表示を取り上げてみたい。これは，McKenzie (1954b)で提示されているもので，活動分析（activity analysis）の手法を取り入れてグレアムのモデル（Graham, 1948）を数学的な体系として表現している。

この論文は，ある特性をもつ多数国多数財貿易モデルにおける均衡解の存在とその一意性とを証明したものだが，マッケンジーの言によれば，グレアムのモデルはその特性をもつという[4]。そのことを示すために，マッケンジーはグレアムのモデルを行列表示の方程式体系として構成した。ここで検討するのは，その方程式体系から実際に均衡解を導くことができるかどうか，である。均衡解の存在と一意性の証明には踏み込まない。両者はまったく別の問題である。

まず，マッケンジーの方程式体系を再現するが，記号表示はオリジナルなものとは異なるものを用い，また，少しアレンジして（簡略化して）説明する。M 国 N 財とし，記号表記は以下の通りとする。下付添字は i が国番号を, j が財番号を表す（i=1, 2, …, m; j=1, 2, …, n）。与件となるものについてはそのことを記した。

$a_{ij}(>0)$：労働生産性として与えられる i 国 j 財の生産技術（与件）。

$\boldsymbol{A}$：各国の a_{ij} を成分とする n 次の対角行列 m 個を第 1 国から順に横に並べた n×mn 行列。

$x_{ij}(\geqq 0)$：i 国 j 財の活動水準（労働投入量）。

$\boldsymbol{X}$：成分 x_{ij} を x_{11} から x_{mn} まで縦に並べた mn 行の列ベクトル。

y_j：j 財の世界産出量。

$\boldsymbol{Y}$：y_j を成分とする n 行の列ベクトル。

$l_i(>0)$：各国の利用可能な労働量（与件）。

$\boldsymbol{L}$：l_i を成分とする m 行の列ベクトル。

$\boldsymbol{Z}$：第 i 行の第 (i–1) n+1 列から in 列までの成分が 1 で他はすべて 0 からなる m×mn 行列。

[4] マッケンジーは，It is clear that these properties far transcend the Graham model (p. 154) ,と述べ，グレアム・モデル限定ではなく，より一般的な証明であるとしている。

d_j : j 財の世界需要量。

$\boldsymbol{D}$: d_j を成分とする n 行の列ベクトル。

$b_j(>0)$: 各国共通の j 財への支出係数で，$\Sigma b_j=1$（与件）。

$\boldsymbol{B}$: b_j を成分とする n 行の列ベクトル。

p_j : j 財の価格。

$\boldsymbol{P}$: p_j を成分とする n 列の行ベクトル。

r : 世界の所得水準。

w_i : i 国の賃金率。

マッケンジーが構築したグレアム・モデルの体系は以下のようになる。

＊供給量および完全雇用条件

$\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{Y}$

$\boldsymbol{ZX}=\boldsymbol{L}$

＊需給一致条件

$\boldsymbol{DP}=r\boldsymbol{B}$

$r=\boldsymbol{PY}$

＊競争均衡条件

$\boldsymbol{D}=\boldsymbol{Y}$

$p_j a_{ij}-w_i \leqq 0$，かつ，$x_{ij}>0$ ならば $p_j a_{ij}-w_i=0$

最後の式は，財価格が賃金率を償わない各国各部門の活動水準が 0 であること，財価格と賃金率が 1 対 1 の対応関係にあること（したがって，一方が判明すれば他方が判明すること）を含意している。ここで，最後の式と賃金率とを除外して，方程式と未知数を数えてみよう[5]。まず，式の数から。供給量および完全雇用条件で M+N 個，需給一致条件で 2N+1 個ある。しかし，需給一致条件のうち 1 つは独立ではないので，独立な式は M+3N 個になる。他方，未知数の数を数えてみると，活動水準数が MN 個，各財の世界産出量 N 個，各財の世界需要量 N 個，どれか 1 つをニュメレールとして財価格が N–1 個，世界所得の 1 個，その合計は MN+3N だから，このままでは解けない。

枢要点は活動水準にある。一物一価の価格体系と同一国内同一賃金率を保証するような活動水準体系でなければならない。そのためには，例外的な場合を除いて[6]，正の活動

[5] 除外しない場合, 未知数（各国賃金率）と独立な式の双方が M ずつ増えることになる。

[6] たとえば, 任意の 2 国間の任意の 2 部門の生産性格差が等しい場合, 必ずではないが,

水準数がM+N–1以下で，これ以外は0水準でなければならない。M+N–1のときとは，分業パターンが連結型であるときに他ならず[7]，このとき，財価格（と賃金率）はすべて判明するので，未知数合計はこのM+N–1に加えて，世界産出量N，世界需要量Nと世界所得1とを加えてM+3Nとなり，独立な方程式の数と一致する。正の活動水準数がそれを下回る場合はリンボー型分業のケースであり，その数だけの財価格（もしくは賃金率）を未知数として追加しなければならないので[8]，やはりM+3Nとなる。数さえ合えばいいというわけではない。世界の活動水準体系は合理的でなければならないから，正となる活動水準点を指定するためには，事前に分業パターンの合理性判定を行っておく必要がある。結局，本論が提示した方法と同じことになる[9]。

引用文献

・Graham, Frank D. (1948), *The Theory of International Values*, Princeton University Press.
・McKenzie, Lionel (1954a), "Specialisation and Efficiency in World Production," *Review of Economic Studies*, 21(3).
・McKenzie, Lionel (1954b), "On Equilibrium in Graham’s Model of World Trade and Other Competitive Systems," *Econometrica*, 22(2).
・McKenzie, Lionel (1999), "A Scholar’s Progress," *Keio Economic Studies*, 36(1).

例外が発生しうる。

[7] McKenzie (1954a) ではこのことが指摘されている。

[8] 本論では，叙述上の簡明さから賃金率を未知数としてある。

[9] 余談だが，グレアムが均衡解を求める数式を得るべく当時の著名な数学者たちに助言を求めたこと（Graham, 1948, p. 95），その中の1人はフォン・ノイマン von Neumann であったが，ノイマンは解析的な解法（analytical solution）はないと返答した（McKenzie, 1999, p. 5），という話はよく知られている。

（5）不完全雇用ケースの3国4財数値例の詳細

本論で3国4財の数値例を提示したが，分業パターンごとの雇用量と賃金率しか示さなかった。完全雇用版では生産量，消費量，財価格も合わせて示したので，その数値が正しいかどうかを検証することが比較的容易であった。だが，本論ではこれらを省いたので検証が難しい。そこで，以下，本論で示した数値例の詳細を掲げることとした。これによって，検証が容易になるだけではなく，与件が変化したとき，均衡解がどう変化するかを見極めることもできるようになる。各国労働投入係数と各国需要量は表5および表6のように想定する。

表6には比較のために自給時の雇用量も示した。結論の先取りになるが，分業後の雇用量はいずれもこれを下回り，静態的な意味での貿易利益を確認できる。このことは逆にまた，需要量が増えるのでなければ，各国に失業が発生することを意味してもいる。

表5：各国の労働投入係数

	労働投入係数			
	第1財	第2財	第3財	第4財
A国	1	1	1	1
B国	5	4	3	2
C国	60	25	30	7

表6：各国の需要量と閉鎖経済下の雇用量（その1）

	需要量				自給時
	第1財	第2財	第3財	第4財	雇用量
A国	80	90	100	110	380
B国	40	60	70	110	870
C国	20	30	40	50	3500
世界計	140	180	210	270	

このとき，労働量・失業率制約を考慮しない時点で成立可能な分業パターンは表7の7つ。分業パターンとBC両国賃金率も示した（A国賃金率は1）[10]。

[10] https://www.researchgate.net/profile/Hideo_Sato2 に合理的分業パターンを特定するプログラム（grahamprogram0［完全版］: grahamprogram1［簡易版］）と均衡解を導くプログラム（grahamprogram2［完全雇用版］: grahamprogram3［不完全雇用版］）をアップロードしてある。以下に示す数値は，これらのプログラムによって確かめることもできる。ダウンロードできるので興味ある読者は参照されたい。

表 7 : 成立可能な分業パターンと各国雇用量・賃金率（その 1）

分業パターン	④	⑤	⑦	⑩	⑫	⑯	㉒
A 国雇用量	343	301	300	276	320	294	285
B 国雇用量	730	602	830	733	777	630	770
C 国雇用量	1295	2600	1470	2350	1377	2534	1890
B 国賃金率	1/3	1/3	1/4	1/4	15/52	109/350	1/4
C 国賃金率	2/21	1/25	1/14	1/25	15/182	1/25	4/77

丸囲み番号は本論で示した分業パターンに対応している。財価格は，分業パターン，各国労働投入係数および各国賃金率から判明するが，一応記しておこう（第 1→4 財の順）。④ : 1・1・1・2/3，⑤ : 1・1・1・7/25，⑦ : 1・1・3/4・1/2，⑩ : 1・1・3/4・7/25，⑫ : 1・1・45/52・15/26，⑯ : 1・1・327/350・7/25，㉒ : 1・1・3/4・4/11。以下に分業パターンごとの各国生産量と消費額とを表 8 に示す。表中左上の欄に分業パターンを示した。なお，数値は先の表も含めて一部丸めてある。

表 8 : 各国各財の生産量および消費額（その 1）

④	生産量				消費額				
	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	総 額
A 国	140.0	180.0	23.3		80.0	90.0	100.0	73.3	343.3
B 国			196.7	85.0	40.0	60.0	70.0	73.3	243.3
C 国				185.0	20.0	30.0	40.0	33.3	123.3
世界計	140.0	180.0	210.0	270.0	140.0	180.0	210.0	180.0	710.0

⑤	生産量				消費額				
	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	総 額
A 国	140.0	151.6	9.2		80.0	90.0	100.0	30.8	300.8
B 国			200.8		40.0	60.0	70.0	30.8	200.8
C 国		28.4		270.0	20.0	30.0	40.0	14.0	104.0
世界計	140.0	180.0	210.0	270.0	140.0	180.0	210.0	75.6	605.6

⑦	生産量				消費額				
	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	総 額
A 国	140.0	160.0			80.0	90.0	75.0	55.0	300.0
B 国		20.0	210.0	60.0	40.0	60.0	52.5	55.0	207.5
C 国				210.0	20.0	30.0	30.0	25.0	105.0
世界計	140.0	180.0	210.0	270.0	140.0	180.0	157.5	135.0	612.5

⑩	生産量				消費額				
	第1財	第2財	第3財	第4財	第1財	第2財	第3財	第4財	**総 額**
A国	140.0	135.8			80.0	90.0	75.0	30.8	275.8
B国		25.8	210.0		40.0	60.0	52.5	30.8	183.3
C国		18.4		270.0	20.0	30.0	30.0	14.0	94.0
世界計	140.0	180.0	210.0	270.0	140.0	180.0	157.5	75.6	553.1

⑫	生産量				消費額				
	第1財	第2財	第3財	第4財	第1財	第2財	第3財	第4財	**総 額**
A国	140.0	180.0			80.0	90.0	86.5	63.5	320.0
B国			210.0	73.3	40.0	60.0	60.6	63.5	224.0
C国				196.7	20.0	30.0	34.6	28.8	113.5
世界計	140.0	180.0	210.0	270.0	140.0	180.0	181.7	155.8	657.5

⑯	生産量				消費額				
	第1財	第2財	第3財	第4財	第1財	第2財	第3財	第4財	**総 額**
A国	140.0	154.2			80.0	90.0	93.4	30.8	294.2
B国			210.0		40.0	60.0	65.4	30.8	196.2
C国		25.8		270.0	20.0	30.0	37.4	14.0	101.4
世界計	140.0	180.0	210.0	270.0	140.0	180.0	196.2	75.6	591.8

㉒	生産量				消費額				
	第1財	第2財	第3財	第4財	第1財	第2財	第3財	第4財	**総 額**
A国	140.0	145.0			80.0	90.0	75.0	40.0	285.0
B国		35.0	210.0		40.0	60.0	52.5	40.0	192.5
C国				270.0	20.0	30.0	30.0	18.2	98.2
世界計	140.0	180.0	210.0	270.0	140.0	180.0	157.5	98.2	575.7

ここで，A国が自らは生産しない第4財需要量を20増やして130にしたとしよう。このとき，成立可能な分業パターンは前と変わらず，各数値は表9のようになる。比較しやすいように，数値が増大したときに赤字で，減少したときに青字で示した。

表9：成立可能な分業パターンと各国雇用量・賃金率（その2）

分業パターン	④	⑤	⑦	⑩	⑫	⑯	㉒
A国雇用量	**357**	**306**	**310**	**281**	320	**300**	**288**
B国雇用量	730	602	830	733	**803**	630	**757**
C国雇用量	1295	2600	1470	2350	**1423**	2534	**2030**
B国賃金率	1/3	1/3	1/4	1/4	**15/56**	109/350	1/4
C国賃金率	2/21	1/25	1/14	1/25	**15/196**	1/25	**1/21**

まず，雇用量と賃金率の動向から。連結型ではA国雇用量のみが増え，BC両国では増えていないことを確認できる。連結型なので，もちろん賃金率も変化していない。連結型の簡明さに比べて，リンボー型は複雑な様相を呈する。⑫では，A国雇用量は増えず，BC両国の雇用量が増えている。また，BC両国の賃金率がともに低下している。⑯ではA国雇用量のみが増え，賃金率も含めてそれ以外の変化はない。㉒ではAC両国の雇用量が増えB国では減っている。賃金率はB国で不変，C国で低下という結果になっている。リンボー型で財の相対価格が変化したとき，輸出入量不変のままだと貿易の均衡が崩れる。そのため，世界全体の輸出量（したがって生産量）が変わらなくとも，国別のそれは変化する。国ごとの生産量構成が変化するので雇用量も変化する。リンボー型であっても，⑯のように需要量が変化しても連結されている諸国内部で生産量調節が完結する場合もあり，そのときは連結型と同様の結果となる。

表10に表9の詳細を示した。財価格は⑫と㉒で変化しており，それぞれ，⑫（1・1・45/56・15/28），㉒（1・1・3/4・1/3）である。

表10：各国各財の生産量および消費額（その2）

④	生産量				消費額				
	第1財	第2財	第3財	第4財	第1財	第2財	第3財	第4財	総 額
A国	140.0	180.0	**36.7**		80.0	90.0	100.0	**86.7**	**356.7**
B国			**173.3**	**105.0**	40.0	60.0	70.0	73.3	243.3
C国				185.0	20.0	30.0	40.0	33.3	123.3
世界計	140.0	180.0	210.0	**290.0**	140.0	180.0	210.0	**193.3**	**723.3**

⑤	生産量				消費額				
	第1財	第2財	第3財	第4財	第1財	第2財	第3財	第4財	総 額
A国	140.0	**157.2**	9.2		80.0	90.0	100.0	**36.4**	**306.4**
B国			200.8		40.0	60.0	70.0	30.8	200.8
C国		**22.8**		**290.0**	20.0	30.0	40.0	14.0	104.0
世界計	140.0	180.0	210.0	**290.0**	140.0	180.0	210.0	**81.2**	**611.2**

⑦	生産量				消費額				
	第1財	第2財	第3財	第4財	第1財	第2財	第3財	第4財	総 額
A国	140.0	**170.0**			80.0	90.0	75.0	**65.0**	**310.0**
B国		**10.0**	210.0	**80.0**	40.0	60.0	52.5	55.0	207.5
C国				210.0	20.0	30.0	30.0	25.0	105.0
世界計	140.0	180.0	210.0	**290.0**	140.0	180.0	157.5	**145.0**	**622.5**

⑩	生産量				消費額				
	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	総　額
A 国	140.0	**141.4**			80.0	90.0	75.0	**36.4**	**281.4**
B 国		25.8	210.0		40.0	60.0	52.5	30.8	183.3
C 国		**12.8**		**290.0**	20.0	30.0	30.0	14.0	94.0
世界計	140.0	180.0	210.0	**290.0**	140.0	180.0	157.5	**81.2**	**558.7**

⑫	生産量				消費額				
	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	総　額
A 国	140.0	180.0			80.0	90.0	**80.4**	**69.6**	320.0
B 国			210.0	**86.7**	40.0	60.0	**56.3**	**58.9**	**215.2**
C 国				**203.3**	20.0	30.0	**32.1**	**26.8**	**108.9**
世界計	140.0	180.0	210.0	**290.0**	140.0	180.0	**168.8**	**155.4**	**644.1**

⑯	生産量				消費額				
	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	総　額
A 国	140.0	**159.8**			80.0	90.0	93.4	**36.4**	**299.8**
B 国			210.0		40.0	60.0	65.4	30.8	196.2
C 国		**20.2**		**290.0**	20.0	30.0	37.4	14.0	101.4
世界計	140.0	180.0	210.0	**290.0**	140.0	180.0	196.2	**81.2**	**597.4**

㉒	生産量				消費額				
	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	第 1 財	第 2 財	第 3 財	第 4 財	総　額
A 国	140.0	**148.3**			80.0	90.0	75.0	**43.3**	**288.3**
B 国		**31.7**	210.0		40.0	60.0	52.5	**36.7**	**189.2**
C 国				**290.0**	20.0	30.0	30.0	**16.7**	**96.7**
世界計	140.0	180.0	210.0	**290.0**	140.0	180.0	157.5	**96.7**	**574.2**

連結型と⑯では，本論で述べたように，BC いずれかの国で生じた第 4 財生産量増加が他財の生産量減少をもたらしていることを見て取れるだろう。なお，⑫と㉒で BC 両国の消費額が減少しているが，これは財価格低下によるもので実質消費が低下しているわけではない。

ところで，（2）では 2 国 3 財ケースで d_{A3} の値の変動につれて成立しうる分業パターンが変わることを示した。ここでは，2 国 3 財で説明したのと同じことを 3 国 4 財ケースでシミュレーションしてみよう。表 5・6 の与件のうち A 国第 4 財の需要量のみを動かし，他の与件をすべて固定して成立可能な分業パターンがどのように変化するのかを追跡する。その結果をまとめると以下のようになる。刻みは 1 である。リンボー型の

分業パターンについては，それがどのパターンから派生するかを初出のときに括弧内に示した。なお，㉓は切断2つのリンボー型で，切断1つのリンボー型から派生する。

A国第4財需要量：成立可能な分業パターン

1～ 50：⑤，⑩，⑯(←⑤⑩)

51～ 75：⑤，⑦，⑩，⑯，㉒(←⑦⑩)

76～137：④，⑤，⑦，⑩，⑫(←④⑦)，⑯，㉒

138～149：④，⑤，⑦，⑩，⑫，⑯，⑳(←④⑤)，㉒，㉓(←⑫⑯⑳㉒)

150～175：④，⑤，⑩，⑯，⑳，㉒，㉓

176～202：④，⑤，⑯，⑳，㉓

203～211：④，⑤，⑳

212～260：④

261～389：①，④，⑪(←①④)

390以上：①

上の成立可能な分業パターンの変遷をみると，⑵で述べたことが具体的に確かめられる。第1に，A国第4財の需要量が変化するにつれて，成立可能な分業パターンが変化すること。第2に，それらは複数であることが多いが，単一である場合もあること。第3に，リンボー型が単独で成立可能となることはなく，常に，連結型の派生元を少なくとも1つ以上伴っていること。また，このことの系論ともいえるが，派生元と派生形が同時に出現（50から51のときの⑦と㉒，75から76のときの④と⑫，137から138のときの⑳と㉓，260から261のときの①と⑪）ないし消滅（149から150のときの⑦と⑫，175から176のときの⑩と㉒，202から203のときの⑯と㉓，211から212のときの⑤と⑳，389から390のときの④と⑪）すること。以上の結果から判断すると，（2）で得られた2国3財での解析的帰結は多数国多数財ケースでも妥当すると考えられる。

注意して欲しいのは，成立可能な分業パターンの変遷と成立した分業パターンの変化とはまったく異なる，ということだ。たとえば，A国第4財需要量が130のときに，成立可能な7つのパターンのうちからたまたま④が実際に成立したとしよう。また，A国第4財需要量だけが変化するとしよう。それが，たとえば140，160と変化していくあいだに成立可能な分業パターンの組合せは変化する。だが，A国の労働量・失業率制約に抵触しない限り，実際の分業パターンは④のままにとどまる。潜在的に可能なパターンが変化しても，いったん成立したパターンは経路依存性にしたがって安定するのである。

（6）貿易不均衡があるケースについて

グレアム型モデルでは貿易の均衡が前提されているが，それはもっともシンプルにモデルを閉じるためである。貿易不均衡額が与件として与えられるならば，貿易の均衡が成立する場合とまったく同じように均衡解を求めることができる。ここでこのことを示そう。

A 国が第 1 財と第 2 財を，B 国が第 2 財と第 3 財を，C 国が第 3 財と第 4 財を生産する完全雇用版の分業パターンで，貿易の不均衡額を A 国の黒字 γ，B 国の赤字 γ と想定する。このとき，貿易が均衡している場合と異なるのは需給一致条件だけで，価格と賃金率，完全雇用条件は変わらない。第 1 財に関する需給一致条件だけを示すと以下のようになる。

貿易均衡時の需給一致条件

$$x_{A1}p_1 = w_A L_A b_{A1} + w_B L_B b_{B1} + w_C L_C b_{C1}$$

貿易不均衡時の需給一致条件

$$\begin{aligned} x_{A1}p_1 &= (w_A L_A - \gamma) b_{A1} + (w_B L_B + \gamma) b_{B1} + w_C L_C b_{C1} \\ &= w_A L_A b_{A1} + w_B L_B b_{B1} + w_C L_C b_{C1} + \gamma (b_{B1} - b_{A1}) \end{aligned}$$

ここから次の 3 つのことが分かる。第 1 に，貿易不均衡額が与えられれば，問題なく均衡解を導けること。第 2 に，グレアムの数値例がそうであったように，すべての国の支出係数が財ごとに等しい（$b_{B1} = b_{A1}$）ならば，貿易不均衡があろうがなかろうが均衡解はまったく変わらないこと。第 3 に，γ がそれほど大きくなく，支出係数の違いもそれほど大きくないならば，分業パターン，したがって価格と賃金率は変わらず，各国生産量のみが少し変化するだけであろうこと。逆に，γ が大きくかつ支出係数の違いが大きければ，均衡解が変わる可能性を否定できないこと。

なお，本論 **1.2** で完全雇用式が貿易の均衡を表現している，と述べたこととの関係が気になるかもしれない。これは次のように解釈すればよい。A 国完全雇用式に賃金率をかけて変形すると $p_1 x_{A1} + p_2 x_{A2} = w_A L_A$ となる。これは，生産国民所得＝分配国民所得を意味すると考えられる。さらに変形すると国民所得の三面等価を表す次の式が成立する。

$$p_1 x_{A1} + p_2 x_{A2} = w_A L_A = (w_A L_A - \gamma)(b_{A1} + b_{A2} + b_{A3} + b_{A4}) + \gamma$$

右辺は支出国民所得であり，その第 1 項は消費支出，第 2 項が「輸出－輸入」つまり貿易黒字だ。

不完全雇用版ではどうか。次の想定をおこう。出発点として，本文 **2.1** の連結型が成立しているものとする。次の期に，B 国は第 1 財と第 4 財需要量をそれぞれ Δd_{B1} および

Δd_{B4} 増やすが，その増加分はすべて貿易赤字となり，その金額を γ とする。つまり，$\gamma = p_1\Delta d_{Bj}+p_4\Delta d_{B4}$ である。A 国の需要量は以前と同じだが貿易黒字 γ を記録する。C 国需要量は以前と変わらず貿易収支も均衡している。この想定の下では，方程式体系は以下のようになる。なお，貿易不均衡ケースとなるので，貿易均衡条件に代えて所得・支出条件と呼ぶこととする。

需給一致条件（独立なのは 4 つのうち 3 つ）

$$x_{A1} = d_{A1}+d_{B1}+d_{C1}+\Delta d_{B1}$$
$$x_{A2}+x_{B2} = d_{A2}+d_{B2}+d_{C2}$$
$$x_{B3}+x_{C3} = d_{A3}+d_{B3}+d_{C3}$$
$$x_{C4} = d_{A4}+d_{B4}+d_{C4}+\Delta d_{B4}$$

所得･支出条件

$$p_1x_{A1}+p_2x_{A2} = p_1d_{A1}+p_2d_{A2}+p_3d_{A3}+p_4d_{A4}+\gamma$$
$$= p_1d_{A1}+p_2d_{A2}+p_3d_{A3}+p_4d_{A4}+p_1\Delta d_{B1}+p_4\Delta d_{B4}$$
$$p_2x_{B2}+p_3x_{B3} = p_1d_{B1}+p_2d_{B2}+p_3d_{B3}+p_4d_{B4}+p_1\Delta d_{B1}+p_4\Delta d_{B4}-\gamma$$
$$= p_1d_{B1}+p_2d_{B2}+p_3d_{B3}+p_4d_{B4}$$
$$p_3x_{C3}+p_4x_{C4} = p_1d_{C1}+p_2d_{C2}+p_3d_{C3}+p_4d_{C4}$$

独立な式の数と未知数は前と変わらないから，貿易均衡が成立する場合とまったく同様に，これらの式から均衡解を導出できることが分かる。その均衡解だが，需給一致条件が示すように，第 1 財と第 4 財の生産量は変化している。しかし，所得・支出条件で B 国と C 国の式に変化がないので，両国の雇用量は変わらず，A 国のみが雇用量と所得を増やす（Δd_{B4} 部分に関して、本文 **2.3** で述べた連結構造に基づく数量調整機構が働いていることに注意）。この雇用増が A 国の労働量制約に抵触しない限り，分業パターン，したがって，価格も賃金率も変わらない。A 国は，国内需要量不変にもかかわらず，B 国の需要増を貿易黒字によって吸収し，雇用と所得を増やしたのだ。だが，これは 1 回限りの効果でしかない。次の年に同じ黒字額を記録しても雇用は増えない。貿易黒字によって雇用を増やし続けるためには貿易黒字を増やし続けなければならない（いわゆる外需依存型成長）。これが可能なのは短期に限られる。長期的には，本論の**むすびにかえて**で述べた「自国雇用量を増やすには自国需要を増やすべきであって外国の需要増を当てにすべきではない」という結論に落ち着くことになる。

以上は連結型の場合だが、リンボー型の場合についても見ておこう。A 国が第 1 財と

第2財を，B国が第3財と第4財を，C国が第4財を生産するケースで，貿易収支差額は連結型と同じとする。まず，完全雇用版から。やはり価格と賃金率の式および完全雇用条件式は変わらず，需給一致条件式だけが変化する。リンボー型では，連結型と違って，財価格と賃金率が変化する可能性を考慮しなければならない。そこで，財価格の変化しない第1・2財ではなく，第3財に関する需給一致条件からx_Bを求めてみよう。その結果は下記のようになる（$p_3 = a_{B3}x_B$であることに注意）。

貿易均衡時の需給一致条件

$$x_{B3}p_3 = w_AL_Ab_{A3}+x_BL_Bb_{B3}+(a_{B4}/a_{C4})x_BL_Cb_{C3}$$

$$x_{B3}a_{B3}x_B - x_BL_Bb_{B3} - (a_{B4}/a_{C4})x_BL_Cb_{C3} = w_AL_Ab_{A3}$$

$$x_B = w_AL_Ab_{A3}/\{x_{B3}a_{B3} - L_Bb_{B3} - (a_{B4}/a_{C4})L_Cb_{C3}\}$$

貿易不均衡時の需給一致条件

$$x_{B3}p_3 = (w_AL_A - \gamma)b_{A3} + (x_BL_B+\gamma)b_{B3} + (a_{B4}/a_{C4})x_BL_Cb_{C3}$$

$$x_{B3}a_{B3}x_B = w_AL_Ab_{A3}+x_BL_Bb_{B3} + (a_{B4}/a_{C4})x_BL_Cb_{C3} + \gamma(b_{B3} - b_{A3})$$

$$x_B = \{(w_AL_Ab_{A3} + \gamma(b_{B3} - b_{A3})\}/\{x_{B3}a_{B3} - L_Bb_{B3} - (a_{B4}/a_{C4})L_Cb_{C3}\}$$

双方のx_Bを比較すると分かるように，連結型に関して先に述べた3点のうち第1・2点はそのまま妥当する。しかし、第3点に関しては修正が必要だ。つまり，支出係数の違いがある場合（$b_{B3} \neq b_{A3}$）には生産量だけではなく賃金率（したがって財価格）も変動する。

不完全雇用版については，リンボー型分業パターンが成立する可能性はきわめて低いので省略する。仮にあったとすれば，想定にもよるが財価格と賃金率が変化する可能性があるであろうこと，いずれにしても，未知数が増えるわけではないので均衡解を得ることができることを確認しておけばよい。